

# 非线性系统中多传感器目标跟踪性能分析

杨春玲<sup>1</sup>, 刘国岁<sup>2</sup>, 余英林<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学电子与通信工程系, 广州 510641; 2. 南京理工大学光电学院, 南京 210094)

**摘 要:** 主要研究了非线性系统中二维平面上的目标跟踪问题. 在非线形系统中分析了传感器的测量精度和目标到传感器的距离的关系是如何限制两传感器和目标所成的夹角对两部同类型同精度的传感器的融合跟踪精度的影响的. 通过理论证明和仿真得出, 在一定的条件下, 通过调整两传感器和目标所成的夹角可以大大地提高对目标的跟踪精度. 这对多传感器融合目标跟踪具有理论指导意义.

**关键词:** 多传感器; 目标跟踪; 数据融合

**中图分类号:** TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 03-0101-03

## Performance Analysis of Multisensor for Target Tracking in Nonlinear Systems

YANG Chun-ling<sup>1</sup>, LIU Guo-sui<sup>2</sup>, YU Ying-lin<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;

2. Electror Photo institute, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Mainly studies target tracking problem on 2-dimensional plane in non-linear systems. Analyses the influence of sensors measurement accuracy on two sensors fusion tracking accuracy. From theory and simulations, it is found that, under some conditions, adjusting the included angle between the sensors and target can improve the target tracking accuracy. The conclusions are of momentous significance on multisensor target tracking.

**Key words:** multisensor; target tracking; data fusion

### 1 引言

在目标跟踪中, 卡尔曼滤波算法是最重要的滤波算法. 在线性系统中, 当状态噪声和测量噪声是零均值的白高斯噪声, 且状态噪声和测量噪声不相关时, 卡尔曼滤波器是无偏的最小方差估计器. 在非线形系统中, 用于目标跟踪的各种滤波算法一般也是首先经过变换, 把非线形系统中的问题转化为线性系统中求解, 然后用卡尔曼滤波算法进行滤波的. 由此可见卡尔曼滤波算法在目标跟踪中的意义和地位.

数据融合之所以能提高对目标的跟踪精度, 是因为融合测量值的精度高于单个传感器的测量值精度<sup>[1,2]</sup>. 因此在多传感器的目标跟踪性能分析中, 关键是分析融合测量值的误差变化情况.

在非线形系统的目标跟踪中, 转换坐标卡尔曼滤波算法是较优的滤波算法, 它比扩展卡尔曼滤波算法对目标的跟踪精度高<sup>[3~5]</sup>. 转换坐标卡尔曼滤波算法的基本思路是: 把极坐标(球坐标)系下的测量值转换到直角坐标系下表示, 得转换测量值, 再减去其误差的统计均值, 得去偏转换测量值, 然后进行卡尔曼滤波. 经过大量的研究发现, 在非线形系统中, 改变传感器和目标的相对位置, 可使转换到直角坐标系下的去偏转换测量值的误差矩阵发生变化<sup>[6,7]</sup>. 文献[6]中得出, 在非线形系统的两传感器远距离目标跟踪中, 当  $\frac{r_i^2}{r_j^2} < \frac{r_i^2}{r_j^2}$

1, 2) 时, 两传感器和目标的夹角  $\theta_{12} \in [0^\circ, 90^\circ]$  时, 增大夹角可提高对目标的跟踪精度,  $\theta_{12} = 90^\circ$  时对目标的跟踪精度最高. 其中  $r_i$  为目标到传感器  $i$  的距离,  $\sigma_r^2$  和  $\sigma_\theta^2$  分别为传感器的测距误差方差和测角误差方差.

本文主要研究了非线形系统中目标跟踪的性能. 第二节分析了非线形系统中, 传感器的测量精度和目标到传感器的距离的关系如何限制传感器和目标所成的夹角对两部传感器的融合跟踪精度的影响. 第三节是仿真实验. 第四节给出了结论.

### 2 非线性系统中多传感器融合跟踪精度分析

在非线形系统中, 目标的动态方程在直角坐标系下描述, 传感器的测量值为目标相对于传感器的距离和方向角.

在文献[6]中, 已证明当用多传感器对同一远距离目标进行融合跟踪时, 当  $\frac{r_j^2}{r_i^2} < \frac{r_i^2}{r_j^2}$  时两传感器和目标所成的夹角对目标跟踪精度有影响. 当两传感器和目标所成的夹角为  $90^\circ$  时, 对目标的跟踪精度最高. 本文主要研究传感器的测量精度对多传感器的融合目标跟踪精度提高的影响.

在文献[8]中已通过大量的仿真实验证明, 用卡尔曼滤波算法进行滤波时, 只考虑测量误差对目标跟踪精度的影响时, 则对目标位置的估计误差方差只受传感器的测量值误差方差

的影响. 因此在本文的研究中, 主要分析非线性系统中融合去偏转换测量值位置误差方差和单传感器的测量值位置误差方差的比值就可以近似比较两传感器对目标的融合跟踪精度和单传感器对目标的跟踪精度.

主要考虑远距离的目标跟踪, 所以有  $r^2 \gg r_r^2, r^2 \gg r_a^2, r^2 \ll 1$ , 其中  $r$  是目标到传感器的距离,  $r_r$  和  $r_a$  分别为传感器的测距误差方差和测角误差方差,  $r_r$  和  $r_a$  单位相同,  $r$  的单位为弧度. 另外, 对于远距离目标跟踪, 目标到两传感器的距离的差别和目标到各传感器的距离相比是可以忽略的, 为了分析问题的方便, 假设目标到两传感器的距离相等.

在文献[3]中作者给出了二维平面上转换坐标卡尔曼滤波算法及去偏转换测量值的误差方差矩阵, 将其变形为下列的表示形式:

$$R_{11} = \{ r^2 (\cosh(r^2) - 1) + r_r^2 \cosh(r^2) + \sin^2 \theta [ r^2 (1 - e^{-r^2}) - r_a^2 e^{-r^2} ] / e^{-r^2} \} \quad (1)$$

$$R_{22} = \{ r^2 (\cosh(r^2) - 1) + r_r^2 \cosh(r^2) + \cos^2 \theta [ r^2 (1 - e^{-r^2}) - r_a^2 e^{-r^2} ] / e^{-r^2} \} \quad (2)$$

$$R_{12} = - [ r^2 (1 - e^{-r^2}) - r_a^2 e^{-r^2} ] e^{-r^2} \cos \theta \sin \theta \quad (3)$$

其中  $r_r$ 、 $r_a$  分别为目标到传感器的距离,  $\theta$  及目标相对于传感器的方向角. 令:

$$x = [ r^2 (\cosh(r^2) - 1) + r_r^2 \cosh(r^2) ] e^{-r^2} \quad (4)$$

$$y = - [ r^2 (1 - e^{-r^2}) - r_a^2 e^{-r^2} ] e^{-r^2} \quad (5)$$

则去偏转换测量值误差方差  $R$  可写为:

$$R = \begin{bmatrix} x - y \sin^2 \theta & y \cos \theta \sin \theta \\ y \cos \theta \sin \theta & x - y \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

两部同类型同精度的传感器对同一目标进行融合跟踪, 目标相对于传感器 1 的距离和方向角为  $r_1, \theta_1$ ; 相对于传感器 2 的距离和方向角为  $r_2, \theta_2$ , 则两传感器的融合偏转换测量值误差方差矩阵分别为:

$$R^1 = \begin{bmatrix} x_1 - y_1 \sin^2 \theta_1 & y_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 \\ y_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 & x_1 - y_1 \cos^2 \theta_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} x_2 - y_2 \sin^2 \theta_2 & y_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 \\ y_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 & x_2 - y_2 \cos^2 \theta_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

数据融合中的数据压缩算法公式<sup>[2]</sup>为:

$$R_k^{-1} = \sum_{i=1}^N (R_i^k)^{-1} \quad (9)$$

其中  $R_i^k$  为传感器  $i$  的测量误差方差矩阵,  $N$  为传感器的个数,  $R_k$  为融合测量值的误差方差矩阵.

把式(7)、(8)代入式(9)可得融合去偏转换测量值的误差方差矩阵, 计算得出融合去偏转换测量值位置误差方差(误差各分量的方差和)为:

$$R_{11}^c + R_{22}^c = \frac{2x(x-y)(2x-y)}{4x(x-y) + y^2 \sin^2 \theta_{12}} \quad (10)$$

其中  $\theta_{12}$  为两传感器和目标所成的夹角.

单传感器对目标的去偏转换测量值位置误差方差为:

$$R_{11}^1 + R_{22}^1 = 2x - y \quad (11)$$

由式(10)、(11)可得, 两传感器的融合去偏转换测量值位置误差方差和单传感器去偏转换测量值位置误差方差的比值为:

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2x(x-y)}{4x(x-y) + y^2 \sin^2 \theta_{12}} \quad (12)$$

把上面的假设  $r^2 \ll 1$  代入式(4)、(5), 泰勒展开并化简可得:

$$x = r^2 / 2 + r_r^2 \quad (13)$$

$$y = r_r^2 - r_a^2 \quad (14)$$

把式(13)、(14)代入式(12)并利用上面的假设化简可得:

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2(0.5r^2 + r_r^2)r^2}{4(0.5r^2 + r_r^2)r^2 + (r_r^2 - r_a^2)^2 \sin^2 \theta_{12}} \quad (15)$$

从式(15)可以看出当用两部同类型同精度的传感器对同一远距离目标进行融合跟踪时, 若  $r_r^2 = r_a^2$ , 则传感器和目标所成的夹角  $\theta_{12}$  的大小对两传感器的融合跟踪精度基本上没有影响, 当  $r_r^2 \neq r_a^2$  时, 两传感器和目标成 90 度夹角时, 对目标的跟踪精度最高, 成 0 度夹角时对目标的跟踪精度最差. 当  $\theta_{12} \in [0^\circ, 90^\circ]$  时, 夹角越大则对目标的跟踪精度越高. 还可看出当两传感器和目标的夹角一定时, 两传感器对目标的跟踪精度比单传感器的跟踪精度的提高还受传感器的测量精度和目标到传感器的距离的影响. 下面来分析当两传感器和目标的夹角为 90 度时, 传感器的测量精度和目标到传感器的距离的关系对目标跟踪精度的影响. 当  $\theta_{12} = 90^\circ$  时, 式(15)表示为:

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2(0.5r^2 + r_r^2)r^2}{4(0.5r^2 + r_r^2)r^2 + (r_r^2 - r_a^2)^2} \quad (16)$$

(1) 当  $r_r^2 \ll r^2$  时, 式(16)可化简得:

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2(0.5r^2 + r_r^2)}{4(0.5r^2 + r_r^2) + r^2} \ll 1 \quad (17)$$

(2) 当  $r_r^2 \gg r^2$  时, 式(16)可化简得:

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2r^2}{4r^2 + r_r^2} \ll 1 \quad (18)$$

(3) 当  $r_r^2$  和  $r^2$  差别不大, 且  $\frac{r_a^2}{2} \ll r^2$  时

$$\frac{R_{11}^c + R_{22}^c}{R_{11}^1 + R_{22}^1} = \frac{2r^2}{4r^2 + r_r^2 + (r_r^2 - r_a^2)^2} \quad (19)$$

上式小于 1/2, 但并不远远小于 1.

(4) 当  $r_r^2 = r^2$

$$(R_{11}^c + R_{22}^c) / (R_{11}^1 + R_{22}^1) = 1/2 \quad (20)$$

在以上各式中,  $r_r$  和目标到传感器的距离的单位相同(同为 km 或同为 m),  $r_a$  的单位为弧度(rad).

由式(12)可知, 当两传感器放在同一位置时  $(R_{11}^c + R_{22}^c) / (R_{11}^1 + R_{22}^1) = 1/2$ .

由上面的分析可知, 当传感器的测距误差方差和测角误差方差的比值和目标到传感器的距离平方值差别很大时, 两传感器和目标成 90 度夹角放置比成 0 度夹角放置时对目标的跟踪精度提高很多; 差别不太大时, 两传感器和目标成 90 度夹角时比成 0 度夹角时的跟踪精度提高不是太大. 当  $r_r^2 = r^2$  时, 两传感器和目标所成夹角的大小对目标的跟踪精度基本上没有影响.

### 3 仿真结果

设有两类不同精度的传感器对目标进行跟踪,第一类传感器的测量精度为  $r_1 = 300\text{m}$ ,  $\theta_1 = 0.003\text{rad}$ ,第二类传感器的测量精度为  $r_2 = 100\text{m}$ ,  $\theta_2 = 0.0175\text{rad}$ . 设目标的初始状态为  $[230\text{km}, 0, -300\text{m/s}, 0]$ ,在两坐标轴上的动态噪声相等,  $q = 1\text{m}^2/\text{s}^2$ .

分别用这两类传感器对目标进行跟踪,当用单传感器进行跟踪时,传感器置于坐标原点,用两传感器进行跟踪时,两传感器的坐标分别为  $(58.6\text{km}, 141.4\text{km})$  和  $(58.6\text{km}, -141.4\text{km})$ . 进行了 50 次 Monte Carlo 实验得出了误差曲线示于图 1. 图中长划线为第二类单传感器跟踪位置误差;点划线为第一类单传感器跟踪位置误差;短划线为第一类两传感器和目标成 90 夹角时的跟踪误差;实线为第二类两传感器和目标成 90 夹角时的跟踪误差.

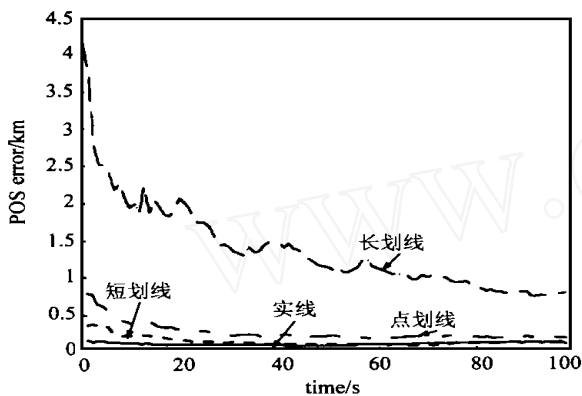


图 1 目标跟踪位置误差

由图 1 可以看出当用单传感器对目标进行跟踪时,第一类传感器的跟踪精度明显优于第二类传感器的跟踪精度,这说明第一类传感器的测量精度比第二类传感器的测量精度高. 但当用两传感器对目标进行融合跟踪,两传感器和目标所成的夹角基本上为 90 度时,第二类传感器和第一类传感器的跟踪精度基本上相同,这是因为第二类传感器的测距误差方差和测角误差方差的比值  $\frac{\sigma_r^2}{\sigma_\theta^2} = (0.1/0.0175)^2 = 32.65$ ,和目标到传感器的距离平方值(约为 40000)差别较大,因此当两传感器和目标成 90 度角放置时,能最大限度地提高对目标跟踪精度;而第一类传感器的测距误差方差和测角误差方差的比值  $\frac{\sigma_r^2}{\sigma_\theta^2} = (0.3/0.003)^2 = 10000$ ,和目标到传感器的距离平方值(约为 40000)差别不大,虽然两传感器和目标所成的夹角已最优,但对目标的跟踪精度的提高较小. 由此可得出对于一些精度不太高的传感器,如果其测距误差和测角误差方差的比值和目标到传感器的距离平方值差别较大,则通过合理放置,可极大的提高对目标的跟踪精度,甚至可以达到较高精度的两传感器最优放置时的跟踪精度.

### 4 结论

本文通过理论和仿真都说明了在非线性系统的多传感器目标跟踪中,传感器本身的测量精度和目标到传感器的大概

距离的关系限制了两传感器和目标所成夹角的变化对目标跟踪精度的影响. 当  $\frac{\sigma_r^2}{\sigma_\theta^2} \ll r^2$  或  $\frac{\sigma_r^2}{\sigma_\theta^2} \gg r^2$  时,通过调整两传感器和目标的夹角可以大大地提高对目标的跟踪精度,以至于可以达到两部较高精度传感器的融合跟踪精度. 但当  $\frac{\sigma_r^2}{\sigma_\theta^2}$  和  $r^2$  的差别不太大时,传感器和目标所成的夹角的变化对目标的跟踪精度影响不大. 因此在实际中,可通过考察传感器的测距误差和测角误差的比值和目标到传感器的大概距离的差别来合理的放置传感器. 这在多传感器的目标跟踪中具有理论指导意义.

### 参考文献

- [1] 宋小全. 多传感器数据融合的目标跟踪. 博士学位论文. 国防科技大学, 1997
- [2] 桑伟森, 顾耀平. 综合电子战新技术新方法. 国防工业出版社, 1993
- [3] D. Lerro, Y. Bar-Shalom. Tracking wiyg Debaised consistent Converted Measurements Versus EKF. IEEE Trans. AES, 1993, (2): 1015 ~ 1022
- [4] Y. Bar-Shalom. A Tutorial on Multitarget-Multisensor Tracking and Fusion. 1997 IEEE National Conference, 15 May 1997, Syracuse, NY
- [5] 杨春玲, 倪晋麟, 刘国岁. 转换坐标卡尔曼滤波器的雷达目标跟踪. 电子学报, 1999, 27(3): 121 ~ 123
- [6] 杨春玲, 刘国岁, 倪晋麟. 多传感器远距离目标跟踪. 系统工程与电子技术, 1999, (3): 42 ~ 47
- [7] 杨春玲, 刘国岁, 倪晋麟. 多传感器远距离空中目标跟踪. 南京航空航天大学学报, 1998(5): 588 ~ 592
- [8] Chunling Yang, Guosui Liu. Research on Target Tracking Accuracy. IS-NIC-98, 1998 Japan, 187 ~ 191



**杨春玲** 1970 年生, 1996 年在南京理工大学通信与电子系统专业获硕士学位, 1999 年 3 月在南京理工大学通信与信息系统专业获博士学位. 现在华南理工大学电子与通信工程系做博士后研究工作. 已在国内外发表多篇论文. 主要从事数据融合、神经网络、图像处理方面的研究.

**刘国岁** 1933 年生, 1953 年毕业于张家口通信工程学院. 现为南京理工大学教授兼电子工程技术研究中心总工程师, 博士生导师. 主要从事噪声雷达理论与应用、随机信号理论与应用、神经网络与模糊系统、近代信号处理和多传感器多目标跟踪等项研究. 著书两本, 发表论文 100 余篇.

**余英林** 1932 年生, 1953 年华南工学院电机系本科毕业, 1961 年中科院电子所博士研究生毕业. 现任华南理工大学教授, 博士生导师. 主要从事信号处理与模式识别、神经网络、生物信号处理等方面的研究. 曾五次获广东省高教局科技进步奖, 一次获广东省科技奖. 已出版专著 2 部, 译著 2 部, 在国内外发表论文 60 多篇.